

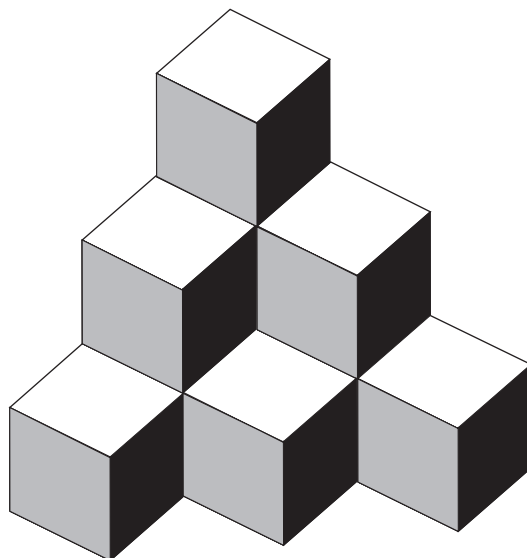
XIII KONKURS MATEMATYCZNY

DLA UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH

organizowany przez

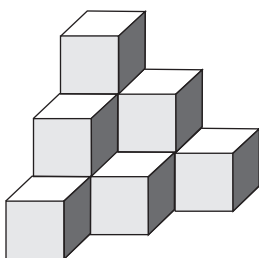
XIII Liceum Ogólnokształcące w Szczecinie

FINAŁ - 19 lutego 2013



- Test poniższy zawiera **25 zadań**.
- Za poprawne rozwiązanie każdego zadania można uzyskać **2 punkty**.
- Wszelkie rachunki należy wykonywać na kartkach brudnopisowych, a w czystopisie wpisać tylko odpowiedź.
- W przypadku zmiany decyzji należy przekreślić wpisaną odpowiedź, a następnie wpisać nową odpowiedź.
- **Nie wolno używać kalkulatorów.**
- Czas rozwiązywania zadań - **100 minut**.
- Objasnienia niektórych, występujących w teście, pojęć i oznaczeń
 - *Liczby naturalne* to liczby $1, 2, 3, 4, \dots$
 - *Liczby całkowite* to liczby $0, -1, 1, -2, 2, -3, 3, \dots$
 - *Największy wspólny dzielnik* liczb a, b oznaczamy $\text{NWD}(a, b)$.

Powodzenia!

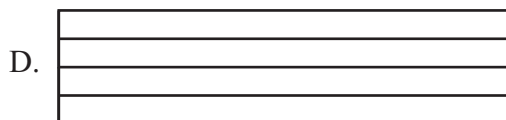
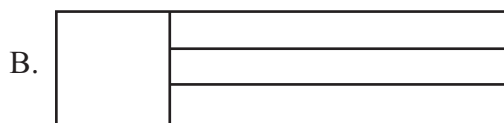


Imię i nazwisko

Szkoła, klasa

ZADANIA

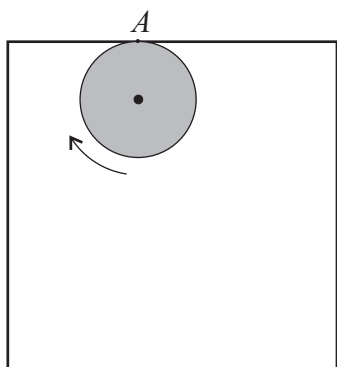
1. Dany jest obszar w kształcie prostokąta o szerokości 100 m i długości 400 m. Przy którym podziale tego obszaru na cztery działki o równych powierzchniach, łączna długość płotów oddzielających poszczególne działki będzie najmniejsza?



Odpowiedź:

2. Jaś i Małgosia grają w następującą grę: z kupki liczącej początkowo 20 kamyków, zabierają na przemian po kilka kamyków. W jednym ruchu można zabrać 1, 2 albo 3 kamyki. Wygrywa ten, kto weźmie ostatni kamyk (ostatnie kamyki). Grę rozpoczął Jaś biorąc jeden kamyk. Ile kamyków powinna wziąć teraz Małgosia, żeby miała pewność wygranej?

Odpowiedź:



3. Koło o promieniu 2 toczy się po wewnętrznej stronie kwadratu o boku 10. Gdy koło obiegnie cały kwadrat (to znaczy ponownie dotknie punkt *A*) jego środek pokona pewną drogę. Jaka jest długość tej drogi?

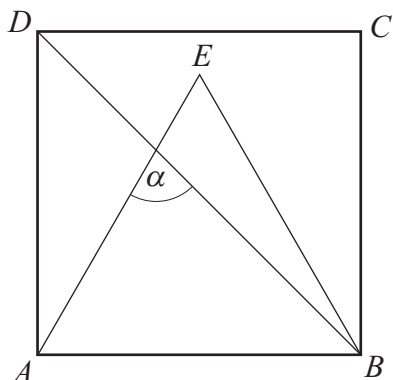
Odpowiedź:

4. W każdym z dwóch naczyń jest pewna ilość wody. W większym naczyniu jest dwa razy więcej wody niż w mniejszym. Z większego naczynia odlewamy 20 litrów, a do mniejszego dolewamy 50 litrów wody i okazuje się, że w obu naczyniach jest teraz tyle samo wody. Ile litrów wody jest teraz w każdym naczyniu?

Odpowiedź:

5. Połowę drogi do szkoły Franio przeszedł z prędkością 4 km/h, a drugą połowę przebiegł z prędkością 12 km/h. Jaka była średnia prędkość na całej drodze?

Odpowiedź:



6. Na rysunku obok dany jest kwadrat $ABCD$. Punkt E jest takim punktem wewnątrz tego kwadratu, że trójkąt $\triangle ABE$, jest równoboczny. Jaka jest miara kąta α ?

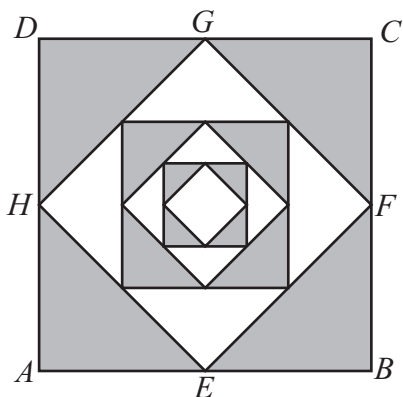
Odpowiedź:

7. Ile różnych trójkątów o obwodzie 60 cm można zbudować z 12 patyczków o długości 5 cm każdy? Patyczków nie wolno łamać.

Odpowiedź:

8. Wpisz obok każdego ze zdań PRAWDA, jeśli zdanie jest prawdziwe albo FAŁSZ, jeżeli zdanie jest fałszywe.

- a) W każdym trójkącie jest co najmniej jeden kąt ostry.
- b) W każdym trójkącie jest kąt prosty.
- c) W każdym trójkącie są co najwyżej dwa kąty ostre.
- d) W każdym trójkącie jest co najwyżej jeden kąt rozwarty.



9. Na rysunku obok czworokąt $ABCD$ jest kwadratem o boku 4. Łącząc środki jego boków otrzymujemy kolejny kwadrat $EFGH$. Postępujemy tak dalej tworząc kolejne kwadraty. Ile wynosi pole zamalowanego obszaru?

Odpowiedź:

10. Na płaszczyźnie prowadzimy 6 różnych prostych, tak aby każde dwie z nich były wzajemnie prostopadłe bądź równoległe. Jaka jest największa liczba części na jaką możemy podzielić w ten sposób płaszczyznę?

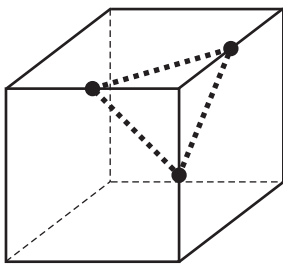
Odpowiedź:

11. Z danego prostokąta odcinamy największy możliwy kwadrat dostając nowy, mniejszy prostokąt, z którym powtarzamy tę operację. Postępowanie to kontynuujemy tak długo, aż otrzymamy kwadrat. Jaką długość będzie miał bok tego kwadratu, jeżeli zaczniemy od prostokąta o wymiarach 48×105 ?

Odpowiedź:

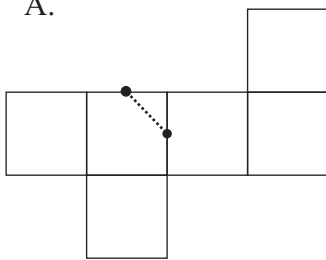
12. Z sześcianu o krawędzi długości 3 zbudowanego z 27 jednostkowych sześcianików usunięto wszystkie narożne sześcianiki. Jakie jest pole powierzchni otrzymanej bryły?

Odpowiedź:

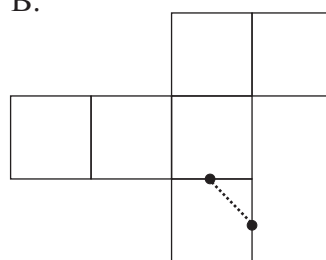


13. Środki trzech krawędzi sześcianu połączono linią przerywaną jak to pokazuje rysunek obok. Poniżej narysowano trzy siatki tego samego sześcianu. Na każdej siatce zaznaczono linię przerywaną na jednej ze ścianek. Uzupełnij każdą z siatek dorysowując linię przerywaną na dwóch ściankach tak, by po złożeniu siatki uzyskać pokazany sześcian.

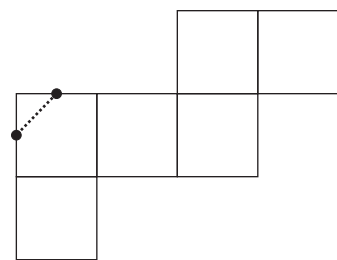
A.



B.



C.



14. W akwarium w kształcie prostopadłościanu było 50 litrów wody. Akwarium nie było pełne. Dno akwarium jest prostokątem o bokach 3 dm i 5 dm. Do akwarium wsypano piasek i wtedy 5 litrów wody wylało się z akwarium. Następnie z akwarium odlano 10 litrów wody i okazało się, że poziom wody w akwarium jest na tej samej wysokości co na początku. Jaką objętość ma wsypany piasek i jaka jest wysokość akwarium?

Odpowiedź: Objętość piasku wynosi, wysokość akwarium wynosi

15. Mnożymy przez siebie 2013 kolejnych liczb nieparzystych zaczynając od liczby 1. Jaka cyfra będzie ostnią cyfrą otrzymanego iloczynu?

Odpowiedź:

16. Jaka jest najmniejsza liczba naturalna a , taka że iloczyn $2013 \cdot a$ jest kwadratem pewnej parzystej liczby naturalnej? Wskazówka: $2013 = 3 \cdot 11 \cdot 61$.

Odpowiedź:

17. Ile jest liczb całkowitych, których kwadrat jest liczbą mniejszą od 2013?

Odpowiedź:

18. Wypisz co najmniej cztery takie pary liczb (x, y) , dla których zachodzi równość $x + y = xy$.

Odpowiedź:

19. Niech $a = \text{NWD}(1024, 2012)$, $b = \text{NWD}(363, 2013)$. Wyznacz $\text{NWD}(a, b)$.

Odpowiedź:

20. Wstaw w miejsce kropek odpowiedni znak $>$, $<$, $=$ tak by otrzymać napis prawdziwy

a) $\frac{13}{99}$ $\frac{1313}{9999}$

b) 2^{2013} 2013^2

c) $\frac{1}{1 + \frac{1}{3}}$ $\frac{3}{4}$

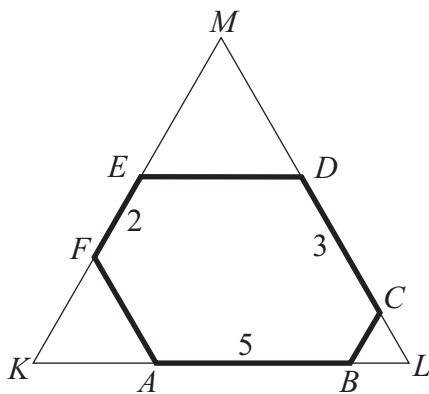
d) $3^5 + 3^5 + 3^5$ 3^{15}

21. Niech $S(n)$ oznacz sumę cyfr (zapisu dziesiętnego) liczby naturalnej n . Ile jest równa liczba $S(S(1234567890))$?

Odpowiedź:

22. W pewnej klasie liczącej 30 uczniów, średnia liczba punktów uzyskanych na teście wynosiła 75 punktów na 100 możliwych. Maksymalną liczbę 100 punktów zdobyło 5 uczniów. Jaka była średnia liczba punktów uzyskanych przez pozostałych 25 uczniów?

Odpowiedź:



23. Na rysunku obok trójkąt $\triangle KLM$ jest równoboczny. Sześciokąt $ABCDEF$ ma wszystkie kąty równe 120° . Jaki jest obwód sześciokąta $ABCDEF$ jeśli obwód trójkąta $\triangle KLM$ jest równy 24?

Odpowiedź:

24. W pewnej grupie jest osiem osób: Ania, Antek, Basia, Bartek, Celina, Celestyn, Dorota i Dominik. Na ile sposobów możemy wybrać z tej grupy cztery osoby tak, by imię każdej z wybranych osób zaczynało się na inną literę?

Odpowiedź:

25. Ile różnych ciężarów można odważyć mając do dyspozycji wagę szalkową i po jednym odważniku o wadze: 200 g, 2 kg, i 5 kg? Odważniki możemy kłaść na obie szalki wagi.

Odpowiedź: